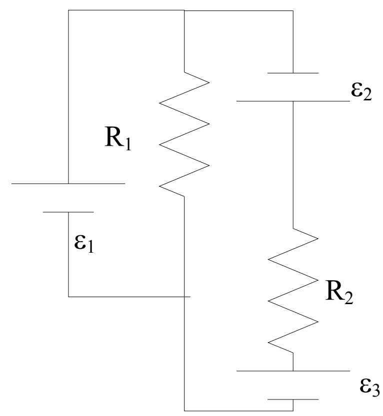
Università del Salento
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Industriale
Appello di **FISICA GENERALE 2** del 16/06/15

Esercizio 1 (8 punti): Una distribuzione di carica uniforme si trova nella regione di spazio tra due piani indefiniti e paralleli distanti d=50 cm. Sapendo che la densità di carica, costante, vale $\rho=10^{-2}Ccm^{-3}$ si determini il campo elettrico generato dalla distribuzione in ogni punto dello spazio.

Esercizio 2 (10 punti): Nel circuito in figura si determinino:

1) Il valore della corrente in ogni ramo.
2) La potenza dissipata da ogni resistenza.
3) La potenza erogata da ogni batteria.
4) Si verifichi che la potenza totale dissipata coincide con la potenza totale erogata.

R_1=10.0 Ω, R_2=50.0 Ω, ε_1=12.0 V, ε_2=10.0 V, ε_3=5.00 V



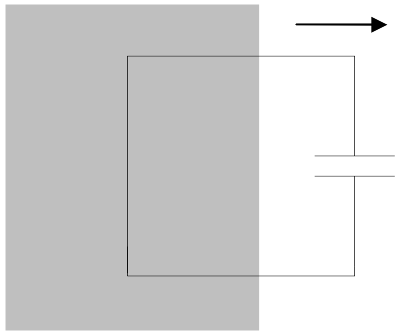
Esercizio 3 (7 punti): Quattro cariche puntiformi di 1 C sono poste sui vertici di un quadrato di lato 1 metro. Si determinino:

1) Il campo elettrico al centro del quadrato;
2) Il potenziale al centro del quadrato (ponendo il potenziale nullo a distanza infinita dalla distribuzione)
3) L'energia necessaria per realizzare la distribuzione di carica.

Esercizio 4 (7 punti):Una spira rettangolare di altezza h=10 cm sta uscendo con velocità v= 1 m/s da una regione con un campo magnetico uniforme B= 1 T, perpendicolare alla spira. Alla spira è collegato un condensatore a facce piane e parallele, con armature di area 1 cm^2 e a distanza 1 mm.

Si determinino:

1) Il campo elettrico indotto tra le armature della spira;
2) La carica tra le armature del condensatore.



Teoria 1 (4 punti): Si dimostri l'espressione per il calcolo della capacità equivalente di due condensatori collegati in serie e in parallelo.

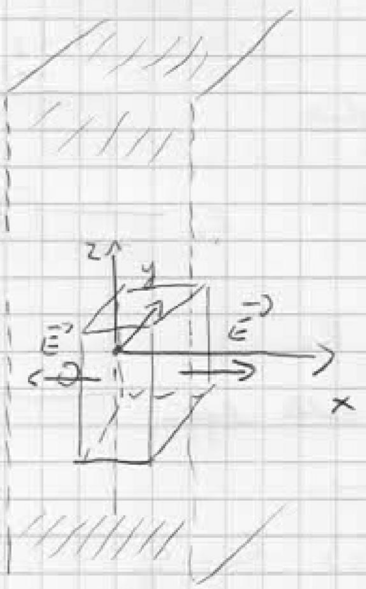
Teoria 2 (4 punti): Si enunci la Legge di Ampere e la si applichi alla determinazione del campo magnetico di un filo rettilineo percorso da corrente.

Soluzione

Scritto 16/6/15

Esercizio 1

La distribuzione di carica è rappresentata in figura.



Per simmetria il campo $\vec{E}$ dipende dalla sola x, ed è diretto lungo l'asse x.

Il campo si può calcolare dalla legge di Gauss, scegliendo come superficie la superficie laterale di un parallelepipedo, con facce parallele ai piani cartesiani e simmetrico rispetto all'origine (posta a metà dello spessore).

Dato che il campo è perpendicolare ai vettori associati alla superficie delle 4 facce laterali solo le due facce perpendicolari all'asse x contribuiscono al flusso. Chiamata A la loro area abbiamo

$$\Phi(\vec{E}) = 2\,E_x(x)A = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$$

Se $x < \frac{d}{2}$ $\quad Q_i = \frac{\rho}{\varepsilon_0} A\, 2x$

pertanto $E_x(x) = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$

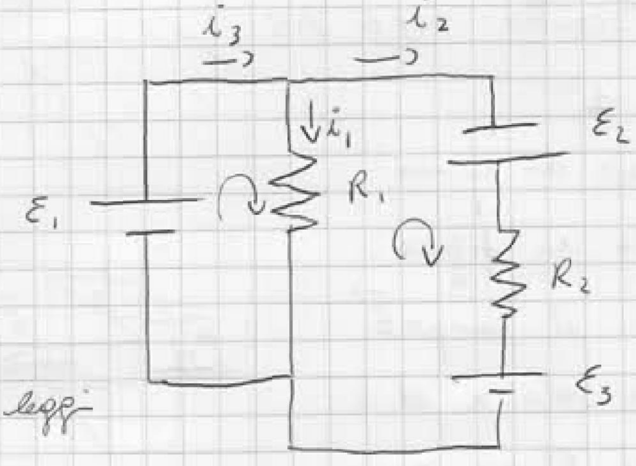
se $x > \frac{d}{2}$ $\quad Q_i = \frac{\rho}{\varepsilon_0} A d$

pertanto $E_x(x) = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$

sostituendo i valori numerici

$$E_x(x) = \begin{cases} 1.13\ 10^{15}\, x \left(\frac{N}{C}\right) & x < \frac{d}{2} \\ 2.82\ 10^{14}\ \frac{N}{C} & x \geq \frac{d}{2} \end{cases}$$

Esercizio 2



1) Scegliendo come maglie quella contenente la batteria 1 e R_1 e quella contenente R_1, R_2, e le batterie 2 e 3, dalle leggi di Kirchhoff abbiamo

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = R_1 i_1 \quad \Rightarrow \quad i_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_1} \\ \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 = R_2 i_2 - R_1 i_1 \quad \Rightarrow \quad i_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_1}{R_2} \\ i_3 = i_2 + i_1 \end{cases}$$

Da cui si ottiene
$$\begin{cases} i_1 = 1.20 \text{ A} \\ i_2 = 0.34 \text{ A} \\ i_3 = 1.54 \text{ A} \end{cases}$$

2) Per effetto Joule ogni ~~batter~~ resistenza dissipa una potenza $P = R i^2$. Pertanto

$P_1 = R_1 i_1^2 = ~~14.4 W~~ \; 14.4 \text{ W}$

$P_2 = R_2 i_2^2 = 5.78 \text{ W}$

3) Ogni batteria fornisce una potenza $P_B = \mathcal{E} i$, cioè

$P_{B1} = \mathcal{E}_1 i_3 = 18.48 \text{ W}$

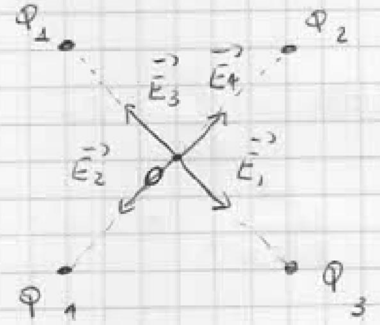
$P_{B2} = \mathcal{E}_2 i_2 = 3.40 \text{ W}$

$P_{B3} = \mathcal{E}_3 i_3 = -1.70 \text{ W}$ (negativa perché i_2 è in verso opposto a quello dei poli della batteria)

4) $P_{TOT} = P_1 + P_2 = 20.18 \text{ W}$

$P_{BTOT} = P_{B1} + P_{B2} + P_{B3} = 20.18 \text{ W}$

Esercizio 3



1) Al centro della distribuzione il campo elettrico è nullo per simmetria. I campi delle 4 cariche sono infatti lungo le diagonali e a due a due uguali e opposti $\vec{E}_1 = -\vec{E}_3$ $\vec{E}_2 = -\vec{E}_4$

2) Il potenziale elettrico è la somma dei quattro potenziali associati ad ogni carica. Ricordando che per una carica puntiforme Q il potenziale a distanza r è $V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, e osservando che la distanza tra ogni carica e il centro è $r = \frac{\sqrt{2}}{2}L = \frac{L}{\sqrt{2}}$ si ha

$$V_{TOT} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{L}\sqrt{2} \cdot 4 = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 L}\sqrt{2} = 5.09\ 10^{10}\ V$$

3) L'energia necessaria per assemblare la distribuzione di carica si può calcolare portando una carica per volta in posizione, e ricordando che il potenziale rappresenta il lavoro per unità di carica necessario per spostare una carica dall'infinito ad una posizione data.

Pertanto, considerato che la prima carica viene portata in assenza di campi, la seconda solo nel campo della prima e così via si ha:

$$U = Q_2 \cdot V_{12} + Q_3 (V_{13} + V_{23}) + Q_4 (V_{14} + V_{24} + V_{34})$$

Dove V_{ij} rappresenta il potenziale della carica i nella posizione della carica j. È immediato verificare che $V_{12} = V_{23} = V_{34} = V_{14} =$

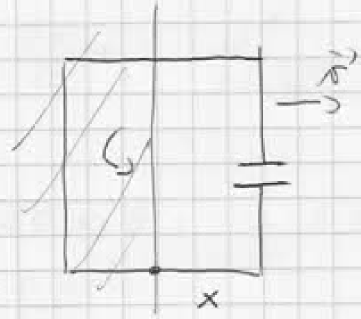
$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}$ e che $V_{13} = V_{24} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{2}L}$.

Pertanto

$$U = Q^2 \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 L} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 L} \frac{2}{\sqrt{2}} \right) = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L} (1 + \sqrt{2}) = 2.17\ 10^{10}\ J$$

Esercizio 4

Chiamata h l'altezza della spira, suppongo $\vec{B}$ uscente e il vettore associato all'area uscente, e chiamata x la lunghezza del lato della spira fuori dal campo magnetico, il flusso del campo magnetico è



$$\Phi(\vec{B}) = B \cdot h \cdot (L - x)$$

pertanto per la legge di Faraday

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -(-Bhv) = Bhv$$

Il segno positivo indica che la corrente indotta è in verso antiorario.

1) Assumendo che il campo $\vec{E}$ nel condensatore sia uniforme si ha

$\mathcal{E}_i = E \cdot d$ con d distanza tra le armature.

Pertanto $E = \frac{\mathcal{E}_i}{d} = \frac{Bhv}{d} = \frac{1 \cdot 0.1 \cdot 1}{10^{-3}} = 100 \frac{N}{C}$

2) La carica sulle armature è

$$Q = C\mathcal{E}_i = \varepsilon_0 \frac{A}{d} Bhv = 8.85\,10^{-12} \cdot \frac{10^{-4}}{10^{-3}} \cdot 1 \cdot 0.1 \cdot 1 = 8.85\,10^{-14}\ C$$